

<b>Ue Statistik u. Wahrscheinlichkeitsth. f. Inf.</b> 107.251      W 2002/3 http://www.statistik.tuwien.ac.at/RISueb/	Di 12-17    HS:
	<b>11.Blatt</b>
Werner GURKER      Tel.: 58801-107-24 Spr.: Di/Do 11-12    e-mail: W.Gurker@tuwien.ac.at	7. Jänner 2003

**11.1** Man zeige, daß die Stichprobenvarianz (auf Basis einer Stichprobe  $X_1, \dots, X_n$ ):

$$s_n^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_n)^2$$

ein unverzerrter Schätzer für die Varianz einer Verteilung ist.

*Hinweis:* Man zeige zunächst:  $s_n^2 = \frac{1}{n-1} \left[ \sum_{i=1}^n X_i^2 - n \bar{X}_n^2 \right]$  (empirischer Verschiebungssatz).

**11.2** Die folgenden Daten sind (geordnete) Ausfallzeiten [h] von  $n = 10$  simultan getesteten Chips:

88.4 281.7 306.6 689.8 801.1 980.6 1475.7 1854.0 2082.2 3436.1

Man nehme an, daß die Ausfallzeiten einer Exponentialverteilung mit Mittel  $\tau$  folgen.

(a) Man ermittle allgemein den plausiblen Schätzer von  $\tau$ , diskutiere seine Eigenschaften (Unverzerrtheit, ...) und berechne den plausiblen Schätzwert von  $\tau$ .

\*(b) Man ermittle den plausiblen Schätzwert von  $\tau$ , wenn der Test bereits nach 1000 [h] beendet wird (von den zu diesem Zeitpunkt noch nicht ausgefallenen Chips also nur bekannt ist, daß ihre Ausfallzeiten größer als 1000 sind).

**11.3** Die „Nachdenkzeit“ eines Web-Browsers wird häufig durch eine Verteilung mit der folgenden Dichte modelliert (*Pareto-Verteilung*):

$$f(x|\alpha, x_0) = \frac{\alpha x_0^\alpha}{x^{\alpha+1}}, \quad x \geq x_0; \quad \alpha, x_0 > 0$$

(a) Man begründe, warum der plausible Schätzwert von  $x_0$  das Minimum von Beobachtungen,  $x_1, \dots, x_n$ , ist:

$$\hat{x}_0 = \min_i \{x_i\}$$

(b) Man ermittle den plausiblen Schätzwert von  $\alpha$ .

**11.4** Bei 30 Ausführungen eines Programms mit zufällig gewählten Datensätzen ergab sich ein Stichprobenmittel von  $\bar{x} = 65$  [ms] und eine Stichprobenvarianz von  $s^2 = 36$  [ms<sup>2</sup>]. Man ermittle je ein 90%, 95% und 99% Konfidenzintervall für die mittlere Ausführungszeit  $\mu$ , für die Varianz  $\sigma^2$  und für die Streuung  $\sigma$  der Ausführungszeit. Man nehme an, daß die Ausführungszeiten einer Normalverteilung folgen.

**11.5** Ermitteln Sie mit Hilfe des ZGVS ein (approximatives) 95%-Konfidenzintervall für die mittlere Ausfallzeit der Chips von **Bsp 11.2**.

*Hinweis:*  $Z := \frac{\sum_{i=1}^n X_i - n\tau}{\tau\sqrt{n}} \sim N(0, 1)$ ;  $Z$  in zwei Quantile einschließen; Doppelungleichung nach  $\tau$  auflösen.

**11.6** Die folgenden 40 Daten sind Ausführungszeiten [s] von Jobs auf einem Server:

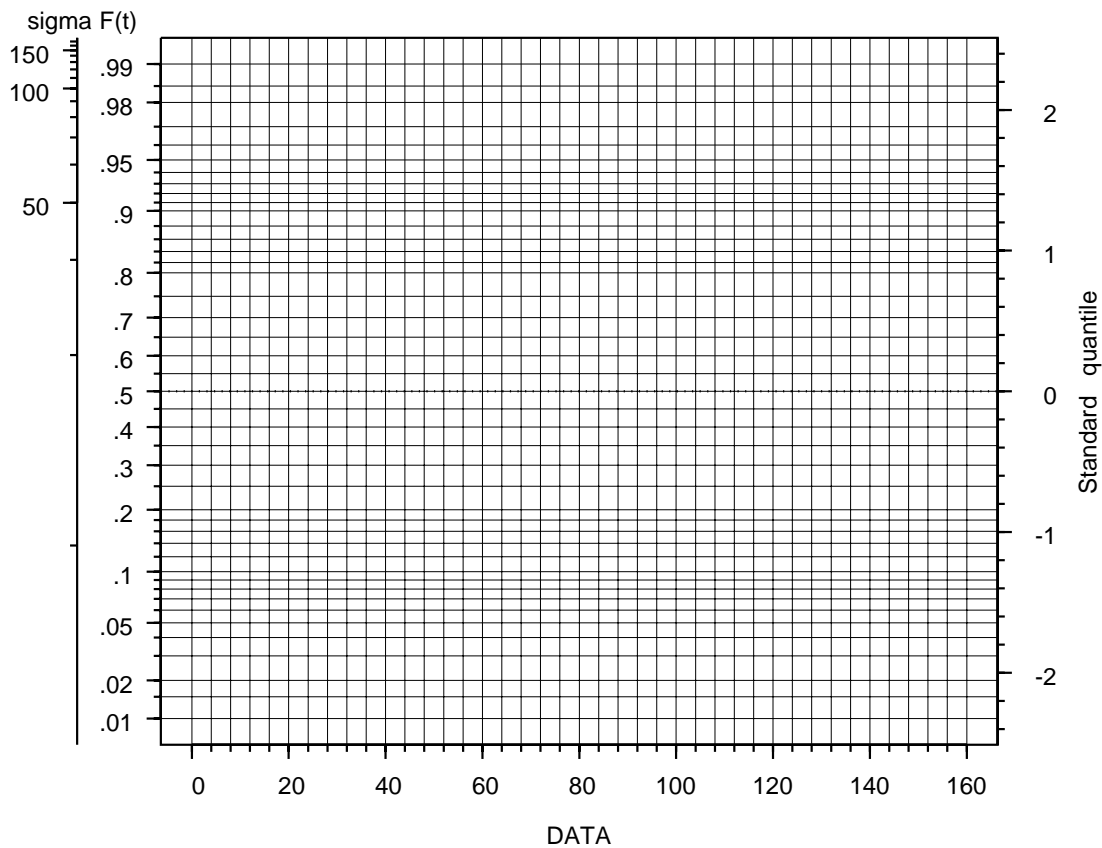
10 19 90 40 15 11 32 17 3 152  
23 13 36 101 7 14 7 23 34 15  
27 3 57 17 8 30 50 4 62 48  
14 11 20 13 38 54 46 12 5 26

Prüfen Sie mittels Wahrscheinlichkeitsnetz, ob Beobachtungen einer (a) Normalverteilung  $N(\mu, \sigma^2)$ ; (b) Log-Normalverteilung  $L(\mu, \sigma^2)$  vorliegen. Entnehmen Sie dem Netz gegebenenfalls Schätzwerte für  $\mu$  und  $\sigma$ .

\*) Beispiel auf freiwilliger Basis

Normalnetz zu **Bsp 11.6**

$\oplus$



Log-Normalnetz zu **Bsp 11.6**

$\oplus$

